

RECUPERO

LE RELAZIONI DI EQUIVALENZA

1 COMPLETA

Verifica che la seguente relazione è di equivalenza (x, y, z e t sono numeri naturali, quindi la relazione è definita in $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$):

$$(x; y) \mathcal{R}(z; t) \leftrightarrow x + t = y + z.$$

Scrivi l'insieme quoziente.

Proprietà riflessiva

$$(x; y) \mathcal{R}(\dots; \dots)$$

$$\dots = \dots$$

Verifica la proprietà riflessiva.

Proprietà simmetrica

$$(x; y) \mathcal{R}(\dots; \dots) \leftrightarrow (z; t) \mathcal{R}(\dots; \dots)$$

$$x + t = y + \dots \quad z + \dots = t + x$$

Verifica la proprietà simmetrica.

Proprietà transitiva

Se $(x; y) \mathcal{R}(\dots; \dots)$ e $(z; t) \mathcal{R}(\dots; \dots)$,

allora $(\dots; \dots) \mathcal{R}(u; w)$.

$$x + t = y + \dots \quad e \quad z + \dots = t + \dots$$

allora $x + \dots = \dots + u$

$$x + \cancel{t} + \cancel{z} + \dots = y + \cancel{t} + \cancel{z} + \dots$$

$$x + \dots = y + \dots$$

Verifica la proprietà transitiva.

Somma membro a membro
le prime due uguaglianze.

Applica la legge di cancellazione.

L'insieme quoziente sono le coppie di \dots naturali
per cui la somma fra il \dots elemento della prima coppia
e il secondo della \dots coppia è \dots alla somma tra
il \dots elemento della prima coppia e il \dots della \dots coppia.

Scrivi l'insieme quoziente.

2 PROVA TU

Verifica che la seguente relazione definita in $\mathbb{N} \times \mathbb{N}^*$ è di equivalenza (indichiamo con \mathbb{N}^* l'insieme dei numeri naturali diversi da 0):

$$(x; y) \mathcal{R}(z; t) \leftrightarrow xt = yz.$$

Scrivi l'insieme quoziente.

Proprietà riflessiva

$$(x; y) \mathcal{R}(\dots; \dots)$$

$$x \dots = y \dots$$

Proprietà simmetrica

$$(x; y) \mathcal{R}(\dots) \leftrightarrow (z; t) \mathcal{R}(\dots)$$

$$x\dots = y\dots \leftrightarrow z\dots = t\dots$$

Proprietà transitiva

Se $(x; \dots) \mathcal{R}(z; t)$ e $(z; \dots) \mathcal{R}(u; \omega)$,

allora $(x; \dots) \mathcal{R}(u; \dots)$.

$$xt = \dots z \text{ e } z\omega = \dots u$$

allora $x\dots = \dots u$

$$x \not\neq \omega = \dots \not\neq \dots u$$

$$x\omega = \dots$$

L'insieme quoziente sono le coppie di numeri per cui il tra il primo della prima e il della seconda coppia è uguale al tra il secondo elemento della coppia e il della seconda coppia.

- 3** Nell'insieme degli angoli del piano considera la relazione « α e β sono congruenti». Verifica che la relazione è di equivalenza e determina l'insieme quoziente.
- 4** Nell'insieme dei segmenti del piano considera la relazione « AB e CD sono congruenti». Verifica che la relazione è di equivalenza e determina l'insieme quoziente.
- 5** Nell'insieme $A = \{-3; -2; 4; 7; 8\}$ considera la relazione « $x \mathcal{R} y \leftrightarrow xy > 0$ ». Verifica che la relazione è di equivalenza e determina l'insieme quoziente.
- 6** Nell'insieme $B = \{-1; -2; -3; 1; 2; 3\}$ considera la relazione « $x \mathcal{R} y \leftrightarrow x$ e y hanno lo stesso segno». Verifica che la relazione è di equivalenza e determina l'insieme quoziente.