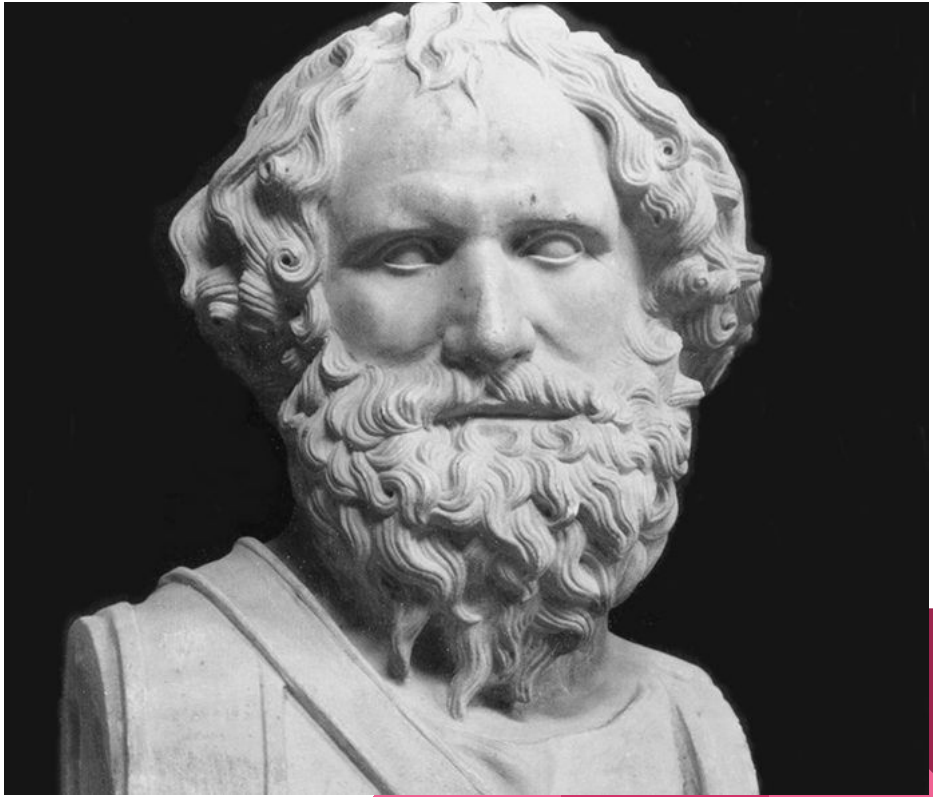
ARCHIMEDE E LA MISURA DEL CERCHIO

Francesco Fortini e Federico Manzoni

ARCHIMEDE

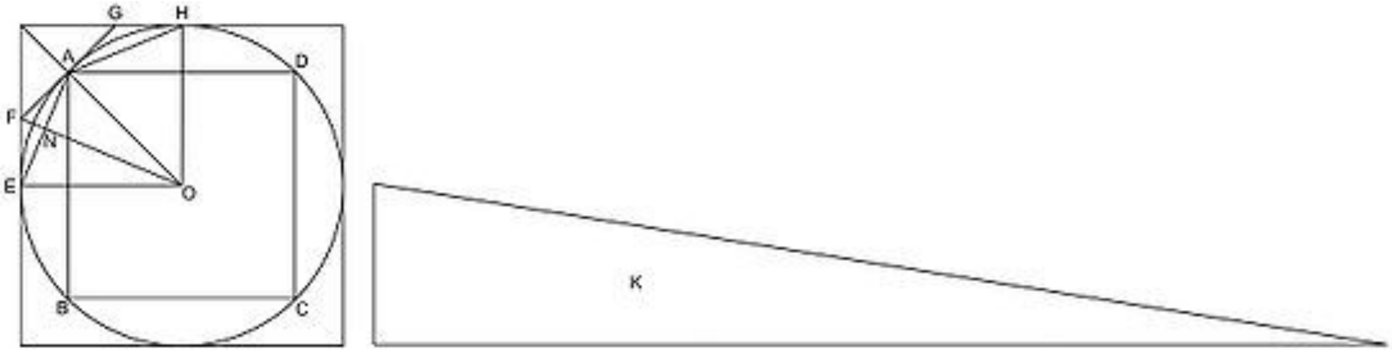
Archimede di Siracusa è uno dei più importanti matematici e scienziati della storia. Visse in Sicilia nel III secolo avanti Cristo e tra le sue più grandi scoperte (oltre ad ordigni bellici, invenzioni meccaniche e il principio sul galleggiamento dei corpi) ci sono la misura del cerchio e quella del pigreco.



LA MISURA DEL CERCHIO (1)

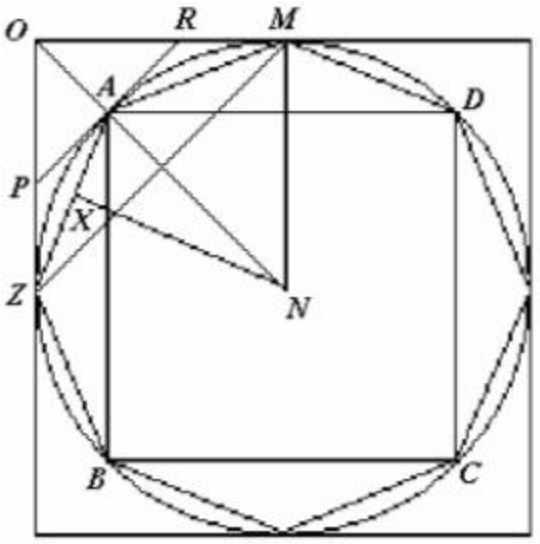
Ogni cerchio è equivalente a un triangolo rettangolo in cui l'altezza è uguale al raggio del cerchio e la base alla circonferenza.

Archimede dimostra per assurdo questa ipotesi, ponendo l'area del triangolo una volta minore di quella della circonferenza, e successivamente maggiore.



LA MISURA DEL CERCHIO (1)

Poniamo l’area del triangolo minore di quella del cerchio e inscriviamo un poligono nella circonferenza tale che la somma delle aree dei segmenti di circonferenza sia minore della differenza tra l’area del cerchio e quella del triangolo. Quindi il poligono inscritto sarà maggiore del triangolo. L’area del poligono, però, è pari al suo semiperimetro, minore rispetto a quello della circonferenza, moltiplicato per l’apotema, minore del raggio, quindi l’area del poligono è minore di quella del triangolo.



LA MISURA DEL CERCHIO (1)

Ora poniamo l’area del triangolo come maggiore di quella del cerchio e ci circoscriviamo un poligono regolare tale che la somma dei segmenti di circonferenza sia minore della differenza tra le aree del triangolo e del cerchio. L’area del triangolo è quindi maggiore di quella del poligono. L’area del poligono, però, è pari alla moltiplicazione tra il suo semiperimetro, maggiore di quello del cerchio, e il suo apotema, maggiore del raggio, quindi il poligono è più grande del triangolo.

Quindi poiché l’area del triangolo non può essere né più piccola né più grande è uguale a quella del cerchio.

LA MISURA DEL CERCHIO (3)

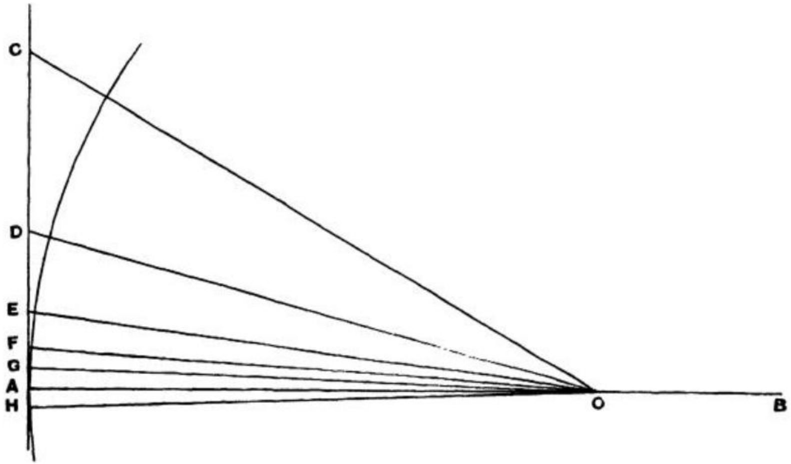
Il rapporto tra la circonferenza di un qualsiasi cerchio e il suo diametro è inferiore di 3+1/7 e maggiore di 3+10/71.

Bisogna innanzitutto fare una premessa: Archimede nel corso di questa dimostrazione sottintende molti calcoli, mentre per altri non ci sono spiegazioni per come egli ci sia arrivato.

LA MISURA DEL CERCHIO (3)

Poniamo AB come diametro di una circonferenza, O il suo centro, AC la tangente ad A e l'angolo AOC di 30°. Viene posta la seguente proporzione:

$OA:AC=\sqrt{3}:1>265:153$ e $OC:CA=2:1=306:153$



Disegniamo la bisettrice OD dell'angolo AOC che incontra AC in D.

$CO:OA=CD:DA \quad CO+OA:OA=CD+DA:DA \quad CO+OA:CA=OA:DA$

Quindi secondo le proporzioni di prima, $OA:DA>571:153$

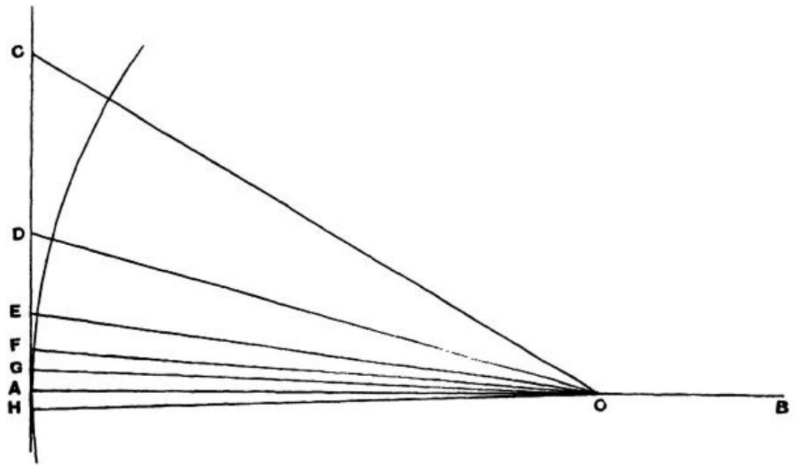
$(OA^2+DA^2):DA^2 >(571^2+153^2):153^2$

$(OA^2+DA^2):DA^2>349450:23409$ Quindi $OD:DA>591_{1/8}:153$

Archimede ripete gli stessi calcoli quattro volte e arriva ad ottenere $OA:AG>4673_{1/2}:153$ con GH lato di un poligono di 96 lati circoscritto alla circonferenza.

LA MISURA DEL CERCHIO (3)

Quindi AB:(perimetro del poligono)>4673 1/2:(153x96)



Ora (153x96)/4673 1/2=3+(667 1/2)/4673 1/2

(153x96)/4673 1/2<3+(667 1/2)/4672 1/2

(153x96)/4673 1/2<3 1/7

Quindi una circonferenza è poco meno dei 3+1/7 del suo diametro.

LA MISURA DEL CERCHIO (3)

Poniamo AB diametro di una circonferenza e AC che incontra la circonferenza in C formando l'angolo CAB=30° e uniamo B a C. Quindi AC:CB=$\sqrt{3}$:1<1351:780

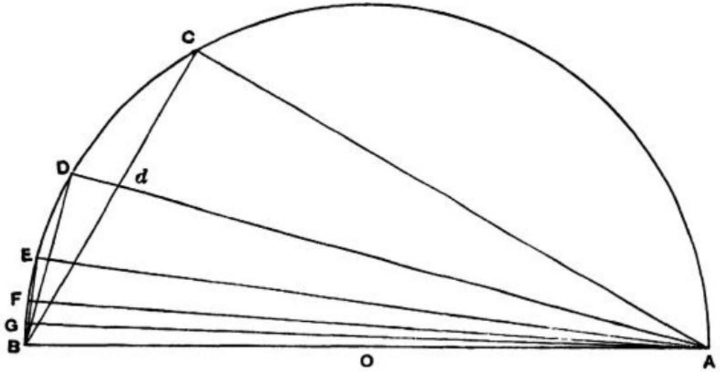
Ora tracciamo la bisettrice AD dell'angolo BAC e che incontra BC in d.

Poiché hanno angoli uguali i triangoli ADB, ACd, BDd sono simili.

Quindi AD:DB=BD:Dd   AD:DB=AC:Cd

AD:DB=AB:Bd   AD:DB=AB+AC:Bd+Cd

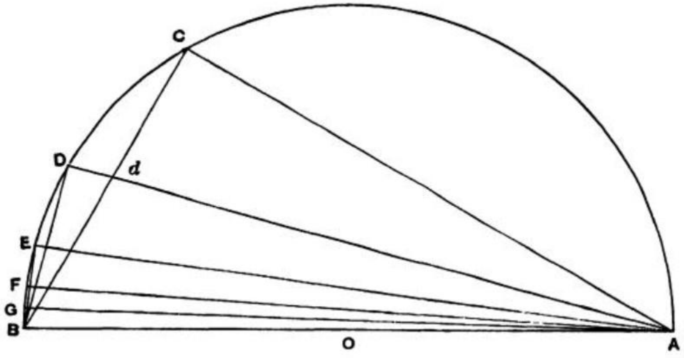
AD:BD=AB+AC:BC



LA MISURA DEL CERCHIO (3)

Quindi AB:BC=1560:780(2:1) e AD:DB<2911:780

Allora $AB^2:BD^2<(2911^2+780^2):780^2$ e
AB:BD=30133/4:780



Archimede ripete lo stesso calcolo
per 4 volte ottenendo che $BG:AB>66:2017_{1/4}$
con BG uguale a un lato di un poligono inscritto alla
circonferenza di 96 lati. Quindi
(perimetro del poligono)$:AB>96x66:2017_{1/4}$ e $(96x66)/2017_{1/4}>3_{10/71}$

In conclusione il rapporto tra una circonferenza e il suo diametro è compreso tra 3+1/7 e 3+10/71.

SITOGRAFIA

[Archimede, Misura del cerchio.](http://archive.org/details/worksofarchimede029517mbp/page/90/mode/2up?view=theater)

http://archive.org/details/worksofarchimede029517mbp/page/90/mode/2up?view=theater