

A minimalist interior scene featuring a white table and two white chairs arranged in a row. The scene is dimly lit, with a spotlight effect highlighting the table and chairs. The background is dark, with a large window or doorway visible. The text is centered in the upper half of the image.

*Il dilemma del prigioniero*

*Francesco Ferrari 3^B e Giorgio Lenisa 3^B*



# Il dilemma del prigioniero

Il dilemma del prigioniero è un dilemma inventato nel 1950 da Merrill Flood e Melvin Dresher:

*“Due membri di un’organizzazione criminale sono arrestati e imprigionati. Entrambi sono da soli in una cella senza possibilità di comunicare con l’altro. Gli investigatori non possono arrestarli per mancanza di prove per l’accusa principale, ma possono incolparli per accuse minori. A entrambi viene contemporaneamente proposto un patto. Ad ogni prigioniero è data la possibilità di tradire l’altro accusandolo oppure di collaborare e rimanere in silenzio. I risultati possibili sono:*

- Se entrambi A e B tradiscono l’altro, entrambi scontano 2 anni di prigione*
- Se A tradisce B, ma B rimane in silenzio, A sarà libero e B sconterà 3 anni di prigione*
- Se A rimane in silenzio, ma B tradisce, A sconterà 3 anni di prigione e B sarà libero*
- Se entrambi A e B rimangono in silenzio, entrambi sconteranno un anno di prigione”*



## Se x rimane in silenzio:

Migliore delle ipotesi:

Anche l'altro prigioniero rimane in silenzio e scontano entrambi 1 anno di prigione, ricevendo la ricompensa "R"

Peggior delle ipotesi:

L'altro prigioniero lo tradisce e solo lui deve scontare 3 anni di prigione, ricevendo la punizione "S", mentre l'altro riceve la ricompensa "T", venendo liberato

Massima vincita: 1 anno di prigione

Massima perdita: 3 anni di prigione



# Se x accusa

Migliore delle ipotesi:

L'altro prigioniero rimane in silenzio e sconta la punizione "S", 3 anni di prigione, mentre lui viene liberato, ricevendo la ricompensa "T"

Peggior delle ipotesi:

Anche l'altro prigioniero accusa, costringendo entrambi a scontare 2 anni, la punizione "P"

Massima vincita: libertà

Massima perdita: 2 anni di prigione



# Strategia vincente

Visti tutti i possibili esiti risulta che:  
 $T > R > P > S$ .

In poche parole, accusare l'altro prigioniero fornisce non solo una probabile vincita maggiore, ma anche una probabile perdita minore, rivelandosi dunque la strategia vincente



## L'Equilibrio di nash



In teoria dei giochi si definisce equilibrio di Nash un profilo di strategie (una per ciascun giocatore) rispetto al quale nessun giocatore ha interesse ad essere l'unico a cambiare.

«Un gioco può essere descritto in termini di strategie, che i giocatori devono seguire nelle loro mosse: l'equilibrio c'è, quando nessuno riesce a migliorare in maniera unilaterale il proprio comportamento. Per cambiare, occorre agire insieme.

(John Nash)

# L'equilibrio di Nash

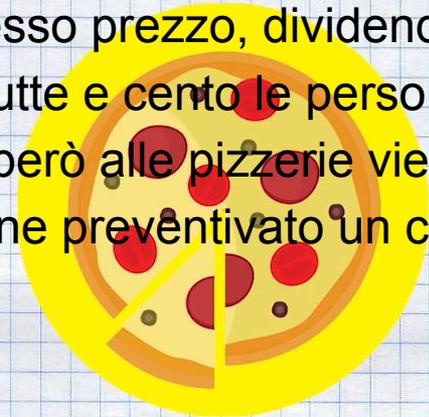
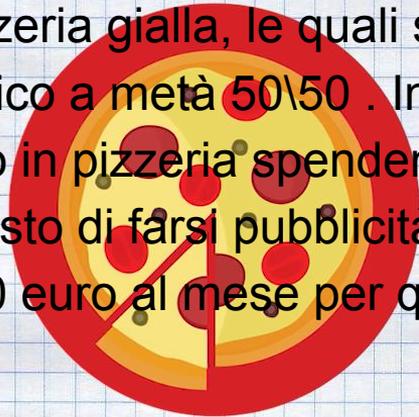
A close-up photograph of a person in a dark suit and red tie, holding a playing card over a green poker table. Several stacks of colorful chips (green, red, black) are visible on the table. The background is slightly blurred, focusing on the hand and the card.

Se un gioco ammette almeno un equilibrio di Nash, ogni agente ha a disposizione almeno una strategia dalla quale non ha alcun interesse ad allontanarsi se tutti gli altri giocatori hanno giocato la propria strategia. Infatti, come si può desumere direttamente dalla disuguaglianza, se il giocatore  $i$  gioca una qualunque strategia a sua disposizione diversa da, mentre tutti gli altri hanno giocato la propria strategia, può solo peggiorare il proprio guadagno o, al più, lasciarlo invariato. Se ne deduce quindi che se i giocatori raggiungono un equilibrio di Nash, nessuno può più migliorare il proprio risultato modificando solo la propria strategia, ed è quindi vincolato alle scelte degli altri. Poiché questo vale per tutti i giocatori, è evidente che se esiste un equilibrio di Nash ed è unico, esso rappresenta la soluzione del gioco, in quanto nessuno dei giocatori ha interesse a cambiare strategia.

Il contributo più importante dato da John Nash alla teoria dei giochi è la dimostrazione matematica dell'esistenza di questo equilibrio. In particolare egli ha dimostrato che ogni gioco finito ha almeno un equilibrio di Nash, eventualmente in strategie miste. Per gioco finito si intende un gioco con un numero qualunque ma finito di giocatori e di strategie, e per strategia mista per un dato giocatore si intende una distribuzione di probabilità sulle strategie a disposizione del suddetto giocatore.

## Esempio pratico equilibrio di nash

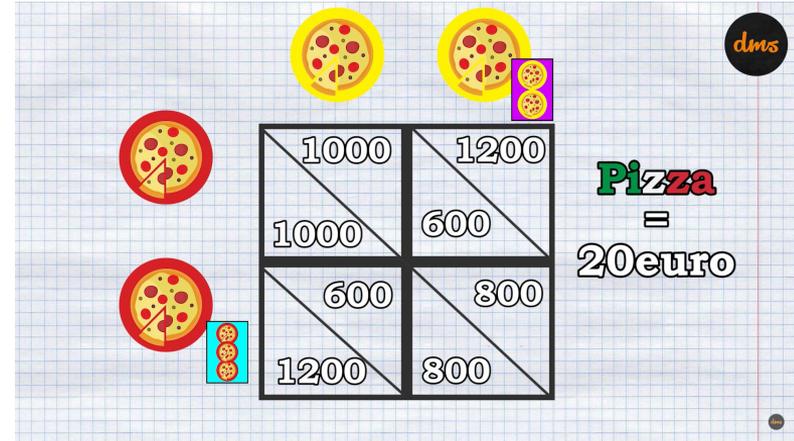
In un quartiere composto da 100 persone ci sono due pizzerie: la pizzeria rossa e la pizzeria gialla, le quali servono le stesse pizze allo stesso prezzo, dividendosi il pubblico a metà 50\50 . In questo quartiere tutti i giorni tutte e cento le persone vanno in pizzeria spendendo 20 euro a testa, un giorno però alle pizzerie viene proposto di farsi pubblicità tramite volantinaggio e gli viene preventivato un costo di 200 euro al mese per questo servizio.



# Esempio pratico equilibrio di Nash

Ora andiamo ad analizzare nello specifico tutte le possibili situazioni:

- Se entrambe decidono di non fare pubblicità, si divideranno il pubblico 50\50 guadagnando 1000 euro al mese entrambe.
- Se una delle due pizzerie decide di fare pubblicità riuscirà ad aggiudicarsi una maggiore fetta di pubblico, ipoteticamente 70 persone su 100, guadagnando di conseguenza 1200 euro mensilmente togliendo i 200 spesi per la pubblicità e facendo guadagnare all'altra pizzeria solo 600 euro al mese
- Se entrambe decidono di farsi pubblicità spendendo 200 euro al mese si continueranno a dividere il pubblico 50\50, ma guadagnando di meno a causa dei soldi spesi per il servizio pubblicitario.



## Esempio pratico equilibrio di Nash

Qual è dunque la scelta migliore per una delle due pizzerie?

La scelta migliore, considerando le due pizzerie degli agenti razionali e dunque impossibilitate a comunicare fra di loro e accordarsi eventualmente sul non fare pubblicità entrambe, sarebbe quella di fare pubblicità in qualunque caso dato che la massima perdita sarebbe di 200 euro e non 400 euro come se la pizzeria non facesse pubblicità e la massima vincita sarebbe di 200.

In questa circostanza si va a creare un esempio di equilibrio di Nash poiché entrambe le pizzerie si ritroverebbero in una situazione, quella del fare pubblicità, che sarebbe la migliore in contrasto con qualunque mossa dell'avversario, non avendo quindi alcun vantaggio nel cambiare decisione.

# Fonti

- Wikipedia
- “Il dilemma del prigioniero” <https://www.youtube.com/watch?v=MO0cDB1vJ-c>
- “Teoria Dei Giochi: Come Prendere Decisioni Migliori”  
<https://www.youtube.com/watch?v=GZmzNGFJsNU>
- Microeconomia - Esercizi tipo: 17 - Teoria dei giochi (giochi non cooperativi)  
<https://www.youtube.com/watch?v=7d1y9vq0lek>