SR inerziali e trasformazioni in moto rettilineo (Relatività Classica - o Galileiana)

SR non inerziali e trasformazioni in moto accelerato

di
Elena D’Amore e Alessandro Ranica

3^A
5 Marzo 2022 - Liceo Classico Paolo Sarpi (BG)

CONSIDERAZIONI PRELIMINARI

- Per descrivere posizione (s), velocità (v), accelerazione (a) di un corpo nello spazio tridimensionale, è necessaria l'introduzione di un sistema di riferimento, rispetto al quale definirle.

- Un SR è specificato quando si definisce l'origine O e tre versori **x, y, z** che danno l'orientamento dei tre assi cartesiani → SR (O; **x, y, z**)

- Ogni vettore sarà dunque descritto da: $\vec{\boldsymbol{r}} = x\hat{\boldsymbol{x}} + y\hat{\boldsymbol{y}} + z\hat{\boldsymbol{z}} \iff \vec{\boldsymbol{r}} \equiv (x, y, z)$

- La scelta di SR è arbitraria ma si opta, senza alcuna perdita di generalità, per quella più conveniente per la trattazione del problema in esame.
- Un osservatore preferisce un SR nel quale egli si trovi:
  (A) fermo;
  (B) nell'origine, cosicché tutte le posizioni sono misurate rispetto alla sua.

Qualitativamente parlando, non si è in grado di stabilire quale SR è migliore poiché le stesse leggi della caduta degli oggetti sono rispettate.
Inoltre il criterio anzidetto [(A) e (B)] non è sempre la scelta più conveniente: basti pensare al sistema tolemaico, in cui la Terra era il riferimento e l'origine, e il moto della Luna, del Sole, dei pianeti e delle stelle erano tutti descritti rispetto alla Terra.

La Relatività

In fisica si tratta di relatività quando delle proprietà o grandezze di enti fisici sono definibili, assumendo quindi significati e valori univoci, solo se sono stabiliti dei sistemi di riferimento in modo che questi significati e valori siano presi in considerazione come come *relativi* (quindi variano al variare del sistema di riferimento).

➣ se fossero considerati indipendenti dal sistema di riferimento adottato sarebbero *assoluti* e intrinseci all'ente fisico stesso.

Il principio di Relatività

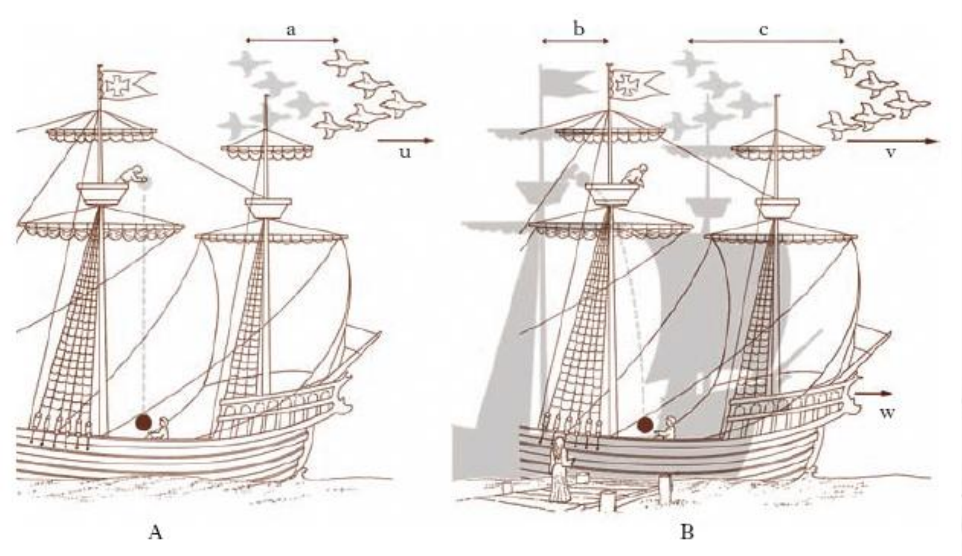
Il principio di relatività stabilisce che le leggi di una teoria fisica siano valide per ogni sistema di riferimento isotropo, ovvero privo di un punto o una direzione nello spazio.

Questi concetti possono essere traslati nella dimensione matematica e grandi menti, come Galileo, Newton e Einstein, hanno portato all'approfondimento di questa disciplina tramite vari principi e leggi.

RELATIVITÀ GALILEIANA

Il principio di relatività galileiana afferma che ***nessun esperimento eseguito all'interno di un sistema di riferimento può riferirne un moto rettilineo uniforme,*** considerandolo rispetto ad un riferimento fisso o inerziale.

Perciò ogni osservazione applicata all'interno di un corpo può rivelarne il moto relativo a condizione che questo non sia in moto rettilineo uniforme.



Galileo, riprendendo l'esperimento della nave, mostra inoltre che su di una cabina di vascello in moto rettilineo uniforme i moti dei marinai, di oggetti che cadono al suolo, e ogni altra cosa non sono influenzati dal moto comune della nave

SR IN MOTO RETTILINEO UNIFORME

LE TRASFORMAZIONI GALILEIANE

Il principio di relatività afferma di conseguenza che le leggi fisiche devono avere la stessa forma. Questa teoria, trasportata in formule, permette di ottenere le cosiddette *"trasformazioni galileiane"*, che permettono di calcolare la trasformazione delle grandezze fisiche e le loro misure a partire da quelle fondamentali. Tali formule sono quindi atte a trovare **posizione, tempo e velocità** nei SR inerziali purché si conoscano posizione e velocità di un sistema rispetto all'altro.

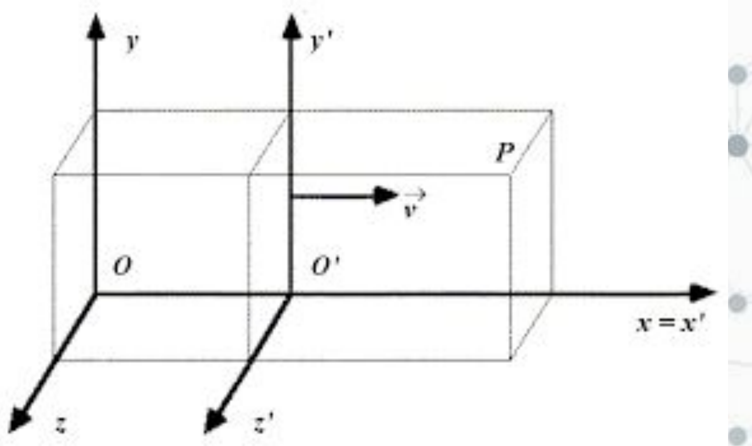
LE TRASFORMAZIONI DELLA POSIZIONE (e tempo)

a) in SR MONODIMENSIONALI
b) in SR BIDIMENSIONALI E TRIDIMENSIONALI

LE TRASFORMAZIONI DELLA VELOCITÀ

a) la COMPOSIZIONE DELLA VELOCITÀ
b) in SR BIDIMENSIONALI E TRIDIMENSIONALI

LE TRASFORMAZIONI DELL'ACCELERAZIONE



TRASFORMAZIONI GALILEIANE : POSIZIONE (e tempo)

❑ in SR INERZIALI MONODIMENSIONALI

- Due SR inerziali S (O, x, y, z) e S' (O', x', y', z') coincidenti all'istante iniziale $t_0=0$:
  - ↠ S≡S' con S fisso e S' in moto rettilineo uniforme rispetto a S
- Il punto L è distante da un punto M di una distanza x'
  - ↠ con il passare del tempo S' si allontana con v costante da S; si può calcolare la lunghezza dello spostamento di S':

$$x_0 = v\,t$$

- Conoscendo x_0 e x', per trovare lo spostamento totale basta sommare:

$$x\,(t) = xo + x' \qquad \text{quindi sostituendo} \Rightarrow \qquad x\,(t) = v\,t + x' \qquad \text{e} \qquad x' = x(t) - v\,t$$

- Essendo S e S' monodimensionali, questo è considerato un caso particolare in cui:

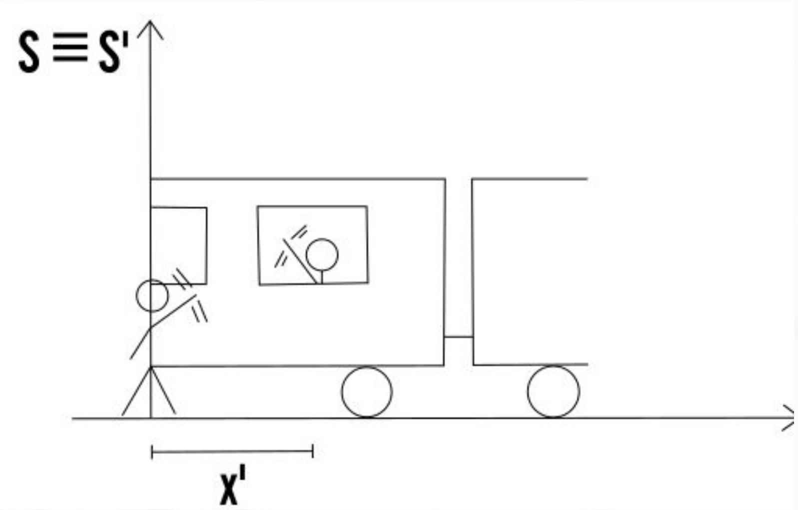
$$x'\,(t) = x\,(t) - vt \qquad y'\,(t) = y(t) \qquad z'(t) = z(t) \qquad t' = t$$

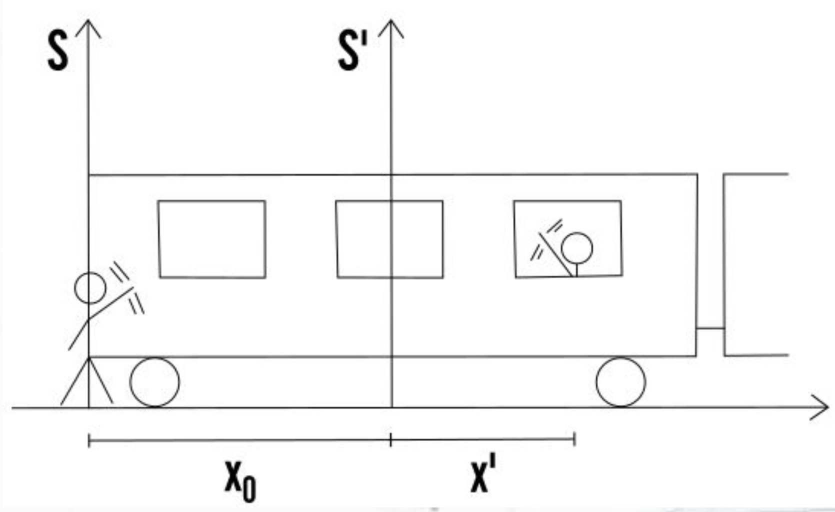
❑ in SR INERZIALI BI-TRIDIMENSIONALI

- Quello fatto con x, deve essere applicato alle tre dimensioni:

$$x'(t) = x(t) - v_x\,t \qquad y'(t) = y(t) - v_y\,t \qquad z'(t) = z(t) - v_z\,t \qquad t' = t$$

TRASFORMAZIONI GALILEIANE





TRASFORMAZIONI GALILEIANE : VELOCITÀ

❑ LA COMPOSIZIONE DELLA VELOCITÀ

» Tra due SR cambia anche la velocità che, nella relatività galileiana, dipende dall'osservatore; anche questa è relativa e dipendente dal SR, perciò Galileo introdusse ulteriori leggi di addizione della velocità.

» Considerando S e S' (SR inerziali) si consideri *u* come la velocità relativa a S e *u'* come la velocità relativa a S'.

» Applicando la formula della velocità: $u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ e $u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t}$

» Sviluppando *u* si ottiene: $u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{x'_2 + vt_2 - x'_1 - vt_1}{\Delta t} = \frac{x'_2 - x'_1 + v\,(t_2 - t_1)}{\Delta t} = u' + v$

» La relazione ottenuta è detta *formula di composizione della velocità:*

$$\boldsymbol{u = u' + v}$$

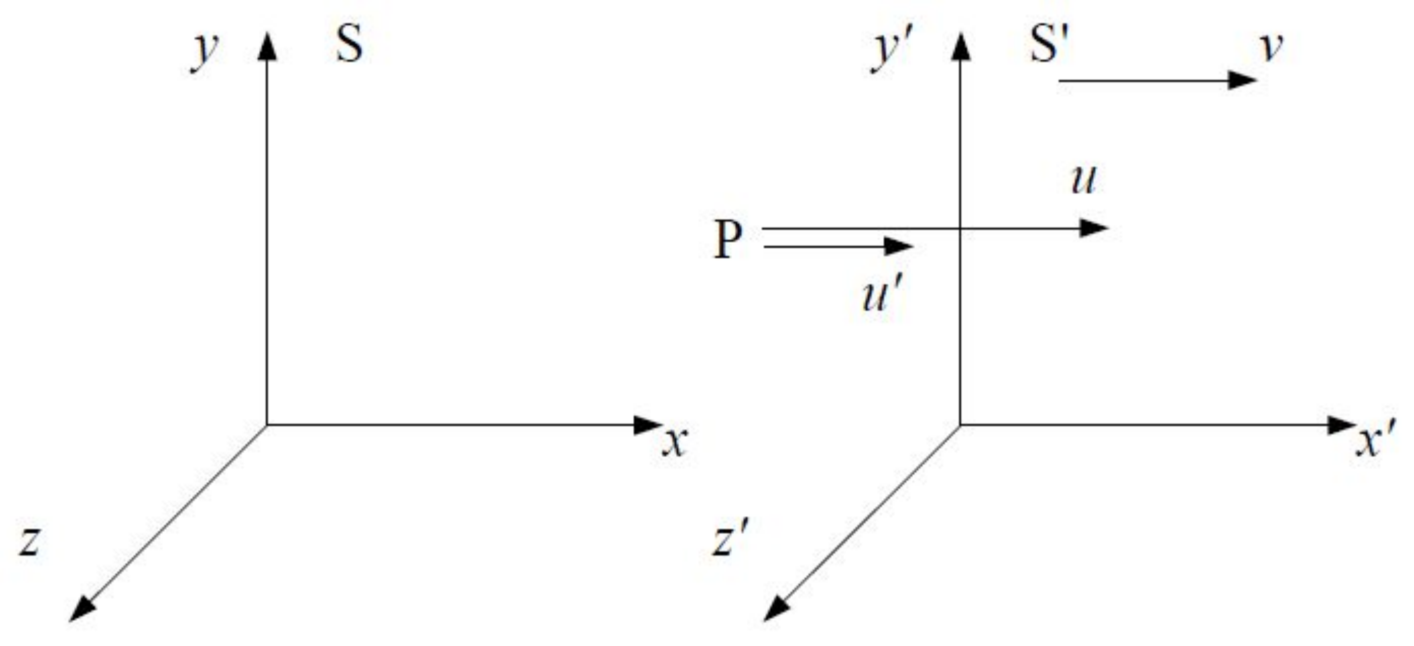
u= velocità rilevata dall'osservatore in S
u'= velocità rilevata dall'osservatore in S'
v= velocità del SR S rispetto al SR S'

❑ in SR INERZIALI MONO, BI, TRI-DIMENSIONALI

» A seconda che S e S' siano 1,2,3-dimensionali, bisogna applicare l'equazione ottenuta a <u>*x*</u>, a <u>*x e y*</u>, a , <u>*x, y e z*</u>

$$u'_x = u_x - v_x \qquad u'_y = u_y - v_y \qquad u'_z = u_z - v_z \qquad t' = t$$

LA COMPOSIZIONE DELLA VELOCITÀ



LE TRASFORMAZIONI GALILEIANE: L'ACCELERAZIONE

❑ LE TRASFORMAZIONI DELL'ACCELERAZIONE

➣ Infine, ponendo l'attenzione sull'accelerazione, questa non varia tra i due sistemi di riferimento S e S' inerziali. Questi, infatti, essendo tali, si muovono l'uno rispetto all'altro a velocità costante, dunque senza alcuna accelerazione.

➣ Applicando la definizione di accelerazione, si ottengono:

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} \quad \text{e} \quad a' = \frac{\Delta u'}{\Delta t}$$

➣ Si sviluppi u, tenendo conto delle trasformazioni soprascritte. Si ottiene:

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_2 - u_1}{\Delta t} = \frac{u'_2 + v - u'_1 - v}{\Delta t} = \frac{u'_2 - u'_1}{\Delta t} = a'$$

ovvero

$$a = a'$$

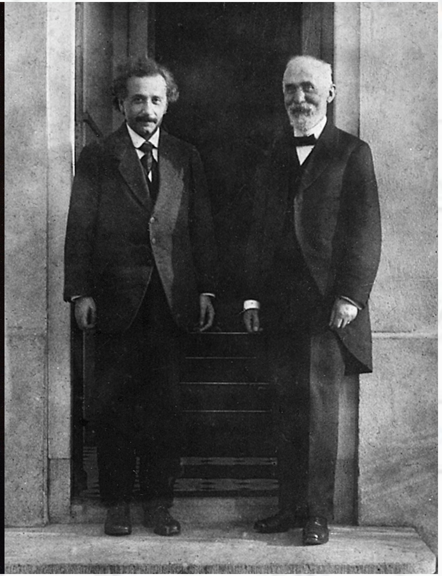
CONCLUSIONI SULLA RELATIVITÀ GALILEIANA

- Gli spostamenti di un oggetto nei due sistemi inerziali sono legati da una **relazione lineare nel tempo** che scorre ugualmente nei due sistemi.

- Queste teorie sono limitate a quando le velocità non sono troppo elevate.

- Si è osservato infatti che quando le **velocità** considerate arrivano ad essere **confrontabili con la velocità della luce *c* nel vuoto** (299 792 458 m/s), il modello galileiano non è più utilizzabile

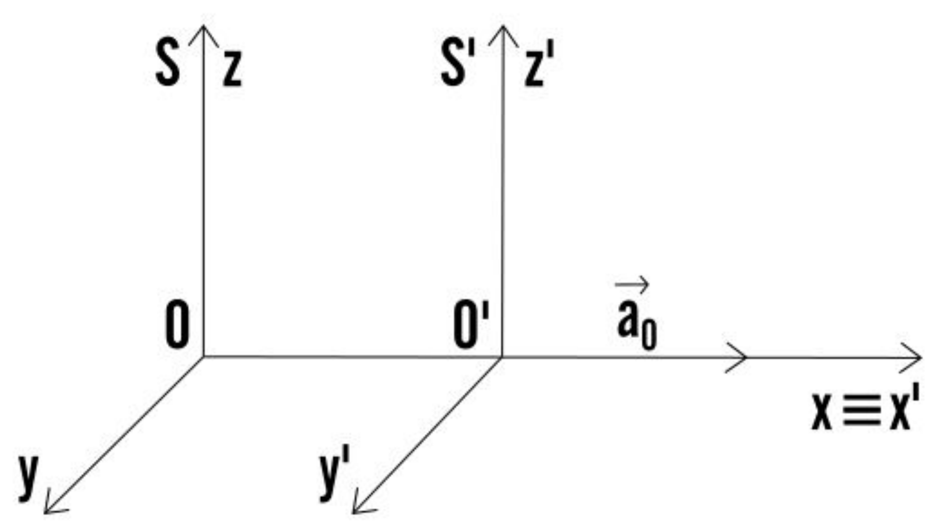
↣ modello della **relatività ristretta di Einstein** - del 1905
↣ modello delle **trasformazioni di Lorentz** - versione finale del 1904



La relatività galileiana e le sue nozioni rimangono quindi un modello fisico limitato, mentre gli altri due (di Einstein e Lorentz) risultano solo essere sue generalizzazioni.

SR IN MOTO TRASLATORIO ACCELERATO

- **Luca fermo in stazione (S)** e **Marco sul treno (S')** in accelerazione.
- La bottiglia di Marco sul tavolo del treno, con questo in accelerazione, cade.
- Secondo Luca (in S) la bottiglia non è stata soggetta ad alcuna forza (F=0):
- Secondo Marco (in S') questa è come se fosse stata spinta da una forza indietro
- tale forza non è la risultante di alcuna interazione ↠ è, nella realtà dei fatti, **apparente**.



E' possibile estendere la validità della legge di Newton anche a SR non inerziali se e solo se insieme alle forze agenti sull'oggetto considerato, si prende in esame anche la forza apparente $\mathbf{F}_{App}$.

SR IN MOTO TRASLATORIO ACCELERATO

- Tra SR inerziali l'accelerazione di un corpo in movimento rimane la stessa
  - S e S' si muovono in moto rettilineo uniforme
  - le leggi della dinamica rimangono invariate: la forza che agisce in S è la stessa che agisce in S'.

- In SR non inerziali la forza percepita dall'osservatore in S è diversa da quella percepita in S'.
  - sono da prendere in esame le cosiddette ***forze apparenti* o *fittizie*.**

- Ciascun osservatore, in S e S', è in grado di definire la forza totale agente su un oggetto P
  - grazie alla **seconda legge di Newton**:

$$F_P = m_P a_P \qquad F'_P = m'_P a'_P$$

- Se S' si muove rispetto ad S (fisso) con acceler. costante a_r (// alla direzione comune degli assi x ed x')
  - all'istante t si potrà scrivere l'equazione afferente al legame tra le velocità del punto in moto

$$u = u' + (v_o + a_r t)$$

Il secondo principio della dinamica si deve a Newton, e introduce il concetto di forza come origine e causa del cambiamento dello stato di moto dei corpi.

SR IN MOTO TRASLATORIO ACCELERATO

- Tenendo conto della definizione di accelerazione e di quest'ultima equazione, si ottiene

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u2 - u1}{\Delta t} = \frac{u'2 + (v0 + ar\ t2) - u'1 - (v0 + ar\ t1)}{\Delta t} = \frac{\Delta u'}{\Delta t} + ar = a' + a_r$$

ovvero

$$\boldsymbol{a_P} = \boldsymbol{a_P}' + \boldsymbol{a_r}$$

- Se si moltiplica quanto ottenuto per la massa dell'oggetto, si ottiene:

$$m_P \boldsymbol{a_P} = m_P \boldsymbol{a}' + m_P \boldsymbol{a_r}$$

- che diventa, in funzione del principio di sostituzione la ***formula delle forze apparenti in sistemi uniformemente accelerati:***

$$\boldsymbol{F_P} = \boldsymbol{F'_P} + m_P \boldsymbol{a_r}$$

- Se in SR inerziali $\boldsymbol{F_P} = \boldsymbol{F'_P}$ è comparso un termine in più,ovvero $m_P \boldsymbol{a_r}$
    - ⤜ non è spiegabile con azioni fisiche poiché indica **una forza che si manifesta solo in S'** e dipende dalla massa m_P dell'oggetto e dall'accelerazione $\boldsymbol{a_r}$ di S' rispetto a S.

ESERCIZIO SR NON INERZIALI: FORZA APPARENTE

Luca si trova su un ascensore con una bilancia pesapersone. La sua massa è di 80,0 Kg e l'accelerazione di gravità di 9,8 m/s^2. Quale forza agisce sulla bilancia se l'ascensore:

(a) sale o scende a velocità costante?

(b) sale rallentando con accelerazione di valore pari a 2,00 m/s^2

DATI

- massa Luca: **m=80kg**
- accelerazione gravità: ***g*=9,80 m/s²**
- accelerazione ascensore: ***a*=2,00 m/s²**

INCOGNITA

- F_{bil} = ? (nei due casi (a) e (b))

SR IN MOTO TRASLATORIO ACCELERATO

- 2 SR: S' (O', x', y', z') **non inerziale rispetto a S** (O, x, y, z)
  ↠ all'istante iniziale $t_o = o$: S≡S' con S fisso e S' in moto uniformemente accelerato.

- Per ottenere le diverse trasformazioni che occorrono per la posizione, la velocità e l'accelerazione è da applicare la legge oraria del moto uniformemente accelerato.

LE TRASFORMAZIONI DELLA POSIZIONE

❑ in SR INERZIALI MONODIMENSIONALI

- Tenuto conto dei SR determinati, si immagini che **S' acceleri rispetto ad S lungo l'asse *x***.

$$x' = x - \tfrac{1}{2}\, a_o t^2 - v_o t - x_o \qquad y' = y \qquad z' = z$$

❑ in SR INERZIALI BIDIMENSIONALI e TRIDIMENSIONALI

- In generale, **senza che S' acceleri rispetto ad S lungo l'asse *x***, si ottengono le trasformazioni delle coordinate seguenti, afferenti a ciascuno dei tre assi cartesiani:

$$x' = x - \tfrac{1}{2}\, a_o t^2 - v_o t - x_o \qquad y' = y - \tfrac{1}{2}\, a_o t^2 - v_o t - y_o \qquad z' = z - \tfrac{1}{2}\, a_o t^2 - v_o t - z_o$$

SR IN MOTO TRASLATORIO ACCELERATO

LE TRASFORMAZIONI DELLA VELOCITÀ

- **in SR INERZIALI 1,2,3-DIMENSIONALI**

– Se si applica il medesimo ragionamento della regola di composizione delle velocità dei SR in MRU a quelli in moto uniformemente accelerato, si ottiene:

$$v'_x = v_x - a_o\, t - v_o \qquad v'_y = v_y - a_o\, t - v_o \qquad v'_z = v_z - a_o\, t - v_o$$

- **LE TRASFORMAZIONI DELL'ACCELERAZIONE**

– Infine, all'accelerazione:

$$a'_x = a_x - a_o \qquad a'_y = a_y - a_o \qquad a'_z = a_z - a_o$$

Quindi, a seconda che i SR si muovano l'uno rispetto all'altro in moto rettilineo uniforme o in moto uniformemente accelerato, le grandezze da considerare e le formule da applicare variano.

BIBLIOGRAFIA

- Relatività - Vocabolario Treccani ⤐ https://www.treccani.it/vocabolario/relativita
- Relatività - Enciclopedia Treccani ⤐ https://www.treccani.it/enciclopedia/relativita

- Wikipedia ⤐ Relatività galileiana - Wikipedia
- Wikipedia ⤐ Galilean transformation - Wikipedia
- YouMath ⤐ Trasformazioni di Galileo e relatività galileiana
    + lezioni successive fino a "Sistemi in moto rettilineo uniformemente accelerato"

- Lezioni alla Fondazione Occhialini (Aprile-Maggio 2013) - Prof. Nicola Semprini Cesari (UNIBO)
- "Meccanica" - Marcello Fanti (UNIMI) - Cap. 16 "Sistemi di riferimento e forze fittizie"
- "Relatività classica (o galileiana)" - Liceo G.B. Quadri (Vicenza)